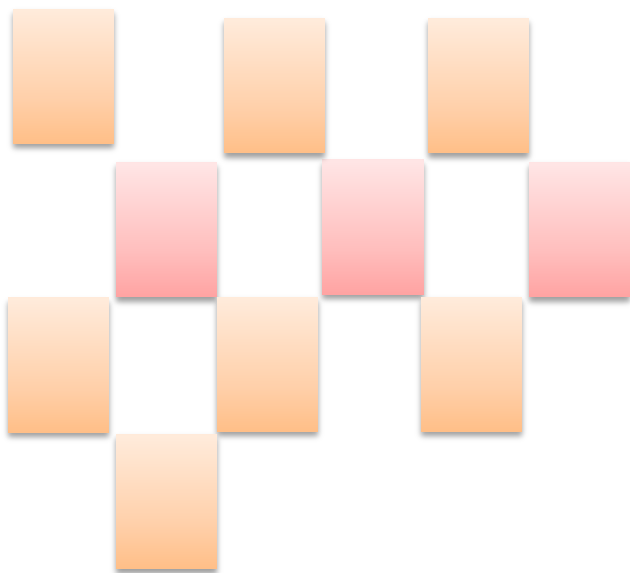




دانشگاه فنی حرفه ای انقلاب اسلامی
دانشکده مهندسی برق

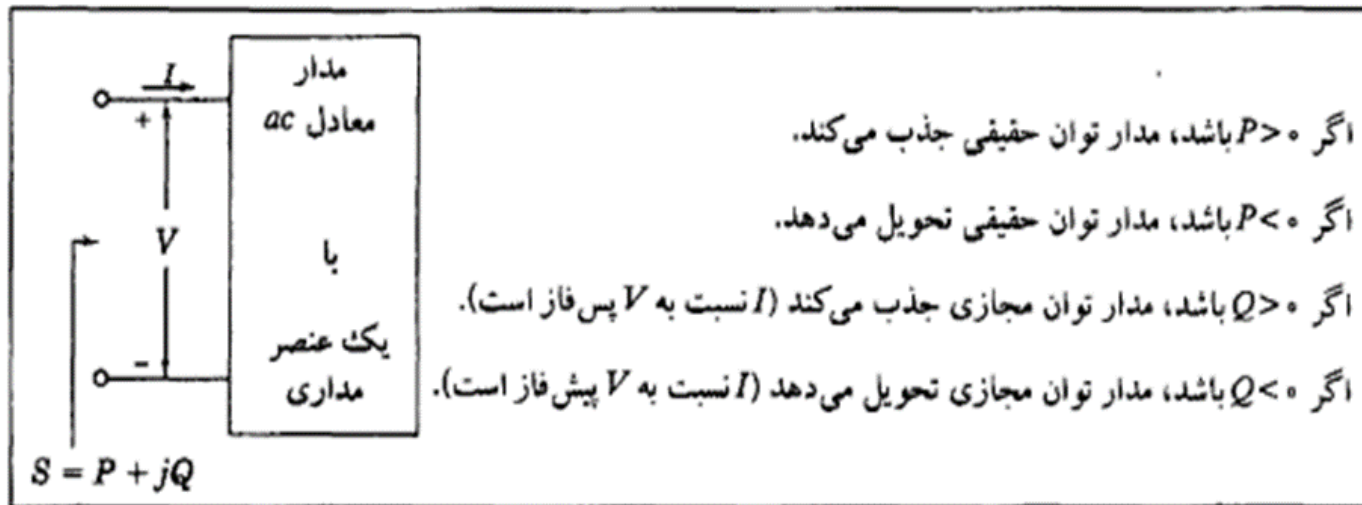
آموزش مجازی درس
مدارهای جریان متناوب

حل تمرین مدار

ارائه دهنده: دکتر علیرضا ناطقی

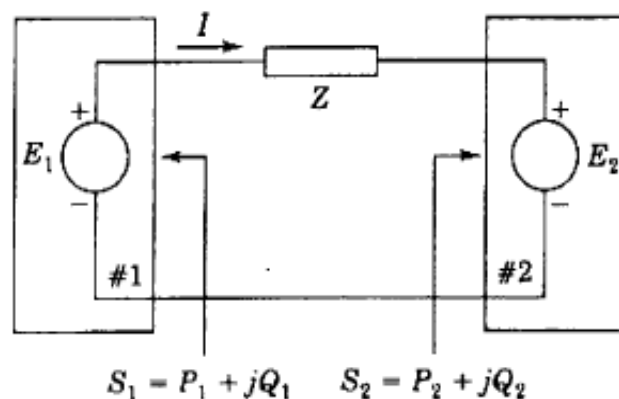
پخش بار در مدارهای جریان متناوب

- قرارداد پخش توان در یک المان مدار

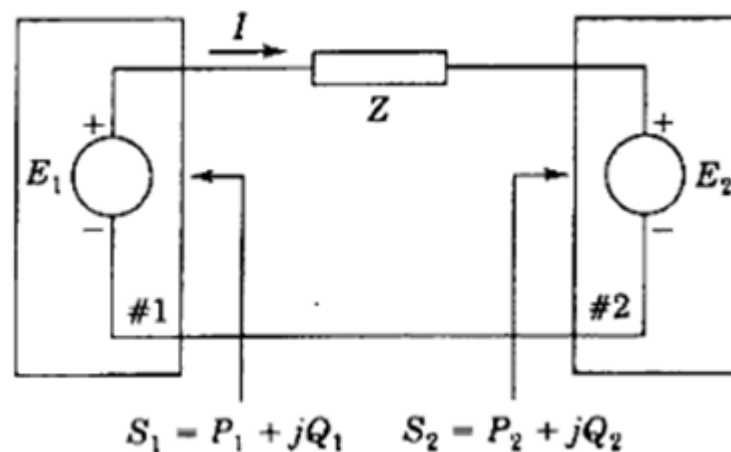


پخش بار در مدارهای جریان متناوب

مثال ۱-۱ دو منبع ولتاژ ایده‌آل یعنی ماشینهای ۱ و ۲، مانند شکل (۱-۱۰) به هم وصل شده‌اند. اگر $E_1 = 100 \angle 0^\circ \text{ V}$ و $E_2 = 100 \angle 30^\circ \text{ V}$ و $Z = 0 + j5 \Omega$ باشد، (الف) اندازه توانی را که هر ماشین دریافت یا تولید می‌کند به دست آورید. (ب) اندازه توان راکتیو تولیدی یا دریافتی به وسیله هر ماشین را به دست آورید. (پ) P و Q دریافت شده به وسیله امپدانس چقدر است؟



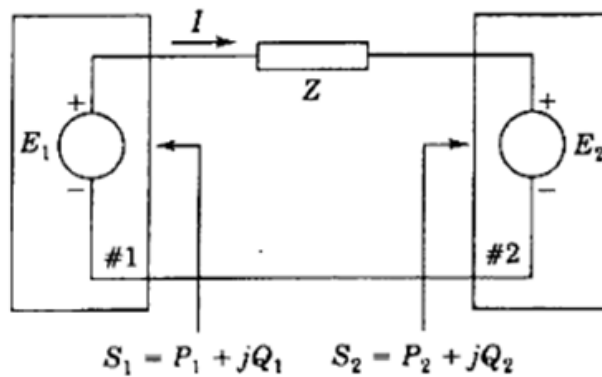
- با فرض منبع اول مولد و منبع دوم مصرف کننده خواهیم داشت:



$$I = \frac{E_1 - E_2}{Z} = \frac{100 + j0 - (186.6 + j50)}{j5}$$

پاسخ:

$$= \frac{13.4 - j50}{j5} = -10 - j2.68 = 10.35 \angle 195^\circ \text{ A}$$



$$I = \frac{E_1 - E_2}{Z} = \frac{100 + j0 - (86.6 + j50)}{j5}$$

$$= \frac{13.4 - j50}{j5} = -10 - j2.68 = 10.35 \angle 195^\circ \text{ A}$$

$$S_1 = E_1 (I)^* = P_1 + jQ_1 = 100(-10 + j2.68) = -1000 + j268 \text{ VA}$$

$$S_2 = E_2 I^* = P_2 + jQ_2 = (86.6 + j50)(-10 + j2.68) = -1000 - j268 \text{ VA}$$

- منبع اول:

مولد فرض شده در این حالت توان مثبت یعنی تولید توان و منفی بیانگر جذب توان است.

- منبع دوم:

مصرف کننده فرض شده در این حالت توان مثبت یعنی جذب توان و منفی بیانگر تولید توان است.

$$S_1 = E_1 (I)^* = P_1 + jQ_1 = 100(-10 + j27.68) = -1000 + j2768 \text{ VA}$$

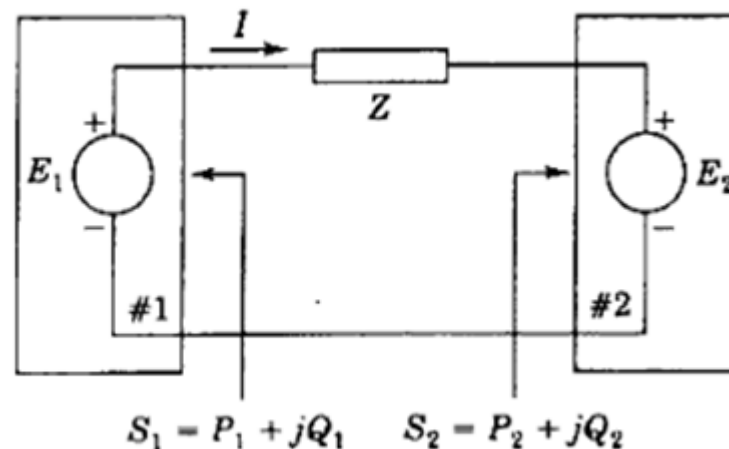
$$S_2 = E_2 I^* = P_2 + jQ_2 = (86.6 + j50)(-10 + j27.68) = -1000 - j2768 \text{ VA}$$

- در این شرایط توان اکتیو منابع (منبع اول ۱۰۰۰ وات جذب و منبع دوم ۱۰۰۰ وات تولید دارد)

- در این شرایط توان راکتیو منابع (منبع اول ۲۶۸ وار و منبع دوم نیز ۲۶۸ وار تولید دارند که توسط خط سلفی جذب میشوند _ یعنی ۲۶۸+۲۶۸ توان راکتیو سلف)

۸-۱ اگر امپدانس بین ماشینهای ۱ و ۲ برابر $Z = 5 - j\omega$ باشد، (الف) کدام ماشین تولید کننده توان است و کدام مصرف کننده؟ (ب) کدام ماشین دریافت کننده توان راکتیو است و کدام تأمین کننده؟ چقدر؟ (پ) مقدار P و Q جذب شده به وسیله امپدانس چقدر است؟

۹-۱ مسأله ۸-۱ را با $Z = 5 + j\omega$ تکرار کنید.



۱-۱۰ در یک منبع ولتاژ $E_{an} = -120 \angle 210^\circ \text{ V}$ و جریان داخل منبع $I_{na} = 10 \angle 60^\circ \text{ A}$ است.
مقدار P و Q تولیدی یا مصرفی به وسیله منبع را تعیین کنید.

Solution:

$$P_{out} = E_{an} I_{na}^* = -120 \angle 210^\circ \times 10 \angle -60^\circ = -1200 \angle 150^\circ = 1200 \angle -30^\circ$$

$$P = 1039 \text{ W delivered}$$

$$Q = -600 \text{ var delivered}$$

(+600 var absorbed by source, since I_{na} defines positive current from n to a and E_{an} defines point a at higher potential than n when e_{an} is positive.)

۱-۱۲ شکل قطبی عبارتهای زیر را محاسبه کنید.

(الف) $a - 1$ (ب) $1 - a^2 + a$ (پ) $a^2 + a + j$ (ت) $ja + a^2$

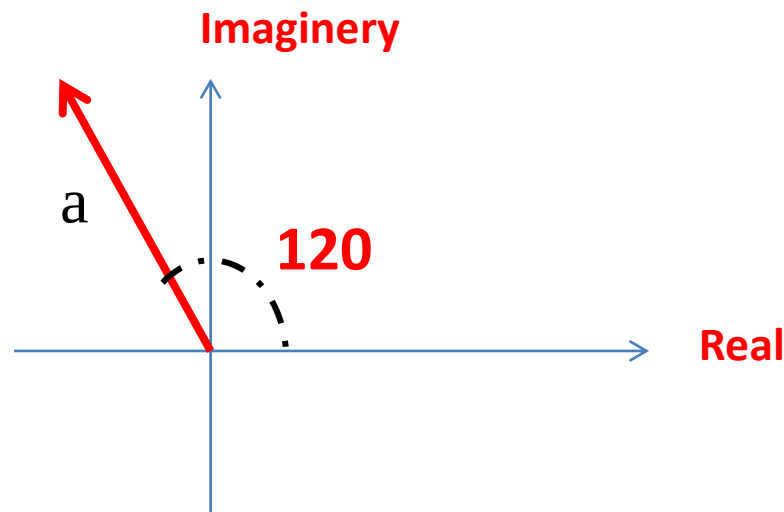
Solution:

$$(a) a - 1 = -0.5 + j0.866 - 1 = 1.732 \angle 150^\circ$$

$$(b) 1 - a^2 + a = 1 - (-0.5 - j0.866) - 0.5 + j0.866 = 1 + j1.732 = 2.00 \angle 60^\circ$$

$$(c) a^2 + a + j = -0.5 - j0.866 - 0.5 + j0.866 + j1 = -1 + j1 = 1.414 \angle 135^\circ$$

$$(d) ja + a^2 = 1 \angle 210^\circ + 1 \angle 240^\circ = -0.866 - j0.5 - 0.5 - j0.866 = -1.366 - j1.366 \\ = 1.932 \angle 225^\circ$$



۱-۱۳ سه امپدانس یکسان $10 \angle -15^\circ \Omega$ ، با اتصال ستاره، به ولتاژ خط سه فاز متعادل 208 V متصل شده‌اند. با فرض مرجع بودن V_{ca} و توالی فاز abc ، شکل قطبی ولتاژهای خط و فاز و جریانها را به دست آورید.

$$\begin{array}{ll} V_{an} = 120 \angle 210^\circ \text{ V} & V_{ab} = 208 \angle 240^\circ \text{ V} \\ V_{bn} = 120 \angle 90^\circ \text{ V} & V_{bc} = 208 \angle 120^\circ \text{ V} \\ V_{cn} = 120 \angle -30^\circ \text{ V} & V_{ca} = 208 \angle 0^\circ \text{ V} \end{array}$$

$$I_a = \frac{V_{an}}{Z} = \frac{120 \angle 210^\circ}{10 \angle -15^\circ} = 12 \angle 225^\circ \text{ A}$$

$$I_b = \frac{V_{bn}}{Z} = \frac{120 \angle 90^\circ}{10 \angle -15^\circ} = 12 \angle 105^\circ \text{ A}$$

$$I_c = \frac{V_{cn}}{Z} = \frac{120 \angle -30^\circ}{10 \angle -15^\circ} = 12 \angle -15^\circ \text{ A}$$

۱-۱۴ در یک سیستم سه فاز متعادل با اتصال ستاره، امپدانسها $10 \angle 30^\circ \Omega$ است. اگر $V_{bc} = 416 \angle 90^\circ V$ باشد، شکل قطبی I_{cn} را به دست آورید.

Solution:

$$\frac{416}{\sqrt{3}} = 240 \text{ V}$$

$$V_{cn} = 240 \angle -60^\circ \text{ V}$$

$$I_{cn} = \frac{240 \angle -60^\circ}{10 \angle 30^\circ} = 24 \angle -90^\circ \text{ A}$$

۱-۱۸ یک بار مثلث متعادل شامل مقاومتهای خالص 15Ω در هر فاز، با یک بار ستاره متعادل با امپدانسهای فاز $8+j6 \Omega$ موازی شده است. این بار مرکب از طریق امپدانسهای همانند $2+j5 \Omega$ در سه خط به تغذیه سه فاز 110 V متصل می شود. جریان کشیده از خط ولتاژ و خط در بار

Solution:

Convert Δ to equivalent Y having $15/3 = 5 \Omega/\text{phase}$

$$\begin{aligned} \frac{5(8+j6)}{5+8+j6} &= \frac{40+j30}{13+j6} \times \frac{13-j6}{13-j6} = \frac{700+j50}{205} \\ &= 3.41+j0.732 = 3.49 \angle 12.1^\circ \Omega \end{aligned}$$

Current drawn at supply:

$$\begin{aligned} Z &= 2+j5+3.41+j0.73 = 5.41+j5.73 = 7.88 \angle 46.65^\circ \Omega \\ |I| &= \frac{110/\sqrt{3}}{7.88} = 8.06 \text{ A from supply} \end{aligned}$$

Letting V_t equal voltage at the load, line-to-line voltage:

$$\begin{aligned} V_t &= 8.06 \times 3.49 = 28.13 \text{ V to neutral} \\ \text{Line-to-line } V_2 &= \sqrt{3} \times 28.13 = 48.72 \text{ V} \end{aligned}$$

۱-۱۹ یک بار سه فاز، ۲۵۰ kW با ضریب توان ۰/۷۰۷ پس فاز از خط ۴۴۰ V می کشد. یک مجموعه خازن سه فاز که ۶۰ kVA می کشد با این بار موازی شده است. جریان کل و ضریب توان حاصل چقدر می باشد.

$$S_1 = 250 + j250$$

$$S_2 = 0 - j60$$

$$\text{where } S_1 + S_2 = 250 + j190 = 314 \angle 37.23^\circ \text{ kW}$$

$$|I| = \frac{314,000}{\sqrt{3} \times 440} = 412.0 \text{ A}$$

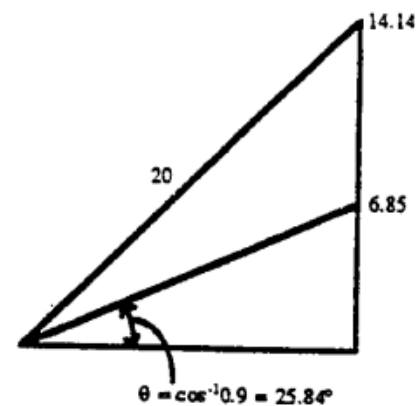
$$\text{p.f.} = \cos 37.23^\circ = 0.796 \text{ lag}$$

۱-۲۰ یک موتور سه فاز، ۲۰ kVA با ضریب توان ۰.۷۰۷ پس فاز از منبع ۲۲۰ V می کشد. میزان کیلو ولت آمپر خازنهایی را که ضریب توان را به ۹۰٪ پس فاز برسانند و جریان خط را قبل و بعد از افزودن خازنها تعیین کنید.

Solution:

From the figure,

$$\begin{aligned}\theta &= \cos^{-1} 0.9 = 25.84^\circ \\ 14.14 \tan 25.84^\circ &= 6.85 \\ 14.14 - 6.85 &= 7.29 \text{ kvar}\end{aligned}$$



Without capacitors:

$$|I| = \frac{20,000}{\sqrt{3} \times 220} = 52.5 \text{ A}$$

With capacitors:

$$|I| = \frac{|14.14 + j6.85| \times 1000}{\sqrt{3} \times 220} = 41.2 \text{ A}$$

مسأله‌ها

۱-۲ تعداد دور سیم‌پیچ نخستین ترانسفورماتور تک‌فاز با اندازه‌های نامی $1.2\text{ kV}/120\text{ V}$ و 7.2 kVA برابر 800 دور است. مطلوب است: الف) نسبت دورها و تعداد دور سیم‌پیچ دومین (ب) جریان هر یک از سیم‌پیچها هنگامی که ترانسفورماتور kVA نامی را در ولتاژهای نامی تحویل می‌دهد.

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{1.2 \times 10^3}{120} = 10$$

$$\text{Therefore, } N_2 = \frac{N_1}{10} = \frac{800}{10} = 80$$

$$S_{\text{rated}} = |V_1|_{\text{rated}} |I_1|_{\text{rated}} = |V_2|_{\text{rated}} |I_2|_{\text{rated}}$$

$$7.2 \times 10^3 = 1.2 \times 10^3 |I_1|_{\text{rated}} = 120 |I_2|_{\text{rated}}$$

$$|I_1|_{\text{rated}} = \frac{7.2 \times 10^3}{1.2 \times 10^3} = 6 \text{ A}$$

$$|I_2|_{\text{rated}} = \frac{7.2 \times 10^3}{120} = 60 \text{ A}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{6}{60} = 0.1$$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{10} = 0.1$$

۲-۲ ترانسفورماتور مسأله (۱-۲)، ۶ kVA را در ولتاژ نامی با ضریب توان ۰/۸ پس فاز تحویل می دهد.
 (الف) امپدانس Z_2 را که به پایانه های سیم پیچ دومین وصل است، تعیین کنید. (ب) اندازه این
 امپدانس هنگامی که به طرف نخستین منتقل شود، چقدر است (Z'_2) ؟ (پ) اندازه جریان
 سیم پیچ نخستین و kVA تغذیه شده به وسیله منبع را به دست آورید.

(a)

$$\begin{aligned}
 S_2 &= |S_2| \angle \theta = 6 \times 10^3 \angle 36.9^\circ \text{ VA} \\
 I_2 &= \left(\frac{S_2}{V_2} \right)^* \\
 Z_2 &= \frac{V_2}{I_2} = \frac{V_2}{S_2^*/V_2^*} = \frac{|V_2|^2}{S_2^*} \\
 &= \frac{(120)^2}{6 \times 10^3 \angle -36.9^\circ} \Omega \\
 &= 2.4 \angle 36.9^\circ \Omega = (1.92 + j1.44) \Omega
 \end{aligned}$$

۲-۲ ترانسفورماتور مسأله (۱-۲)، ۶kVA را در ولتاژ نامی با ضریب توان ۰/۸ پس فاز تحویل می دهد.
 (الف) امپدانس Z_2 را که به پایانه های سیم پیچ دومین وصل است، تعیین کنید. (ب) اندازه این
 امپدانس هنگامی که به طرف نخستین منتقل شود، چقدر است (Z'_2) ؟ (پ) اندازه جریان
 سیم پیچ نخستین و kVA تغذیه شده به وسیله منبع را به دست آورید.

(b)

$$\begin{aligned} Z'_2 &= \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_1 = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^2 Z_1 = 100 \times 2.4 \angle 36.9^\circ \Omega \\ &= 240 \angle 36.9^\circ \Omega = 192 + j144 \Omega \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned} |I_1| &= \frac{|V_1|}{|Z'_2|} = \frac{1.2 \times 10^3}{240} \text{ A} = 5 \text{ A} \\ |S_1| &= |V_1| |I_1| = 1.2 \times 10^3 \times 5 \text{ VA} = 6 \text{ kVA} \end{aligned}$$

- ۲-۴ برای سیم‌پیچ‌های با القای متقابل شکل (۲-۴)، $L_{11} = 1.9 \text{ H}$ ، $L_{12} = L_{21} = 0.9 \text{ H}$ ، $L_{22} = 0.5 \text{ H}$ و $r_1 = r_2 = 0 \Omega$ است. سیستم در فرکانس 60 Hz کار می‌کند.
- (الف) شکل امپدانسی معادله‌های سیستم را با توجه به معادله (۲-۲۴) بنویسید.
- (ب) شکل ادمیتانسی معادله‌های سیستم را با توجه به معادله (۲-۲۶) بنویسید.
- (پ) در دو حالت زیر ولتاژ V_1 و جریان I_1 از سیم‌پیچ نخستین را به دست آورید.
- (۱) سیم‌پیچ دومین مدار باز و ولتاژ القایی $V_2 = 100 \angle 0^\circ \text{ V}$ است.
- (۲) سیم‌پیچ دومین اتصال کوتاه و دارای جریان $I_2 = 2 \angle 90^\circ \text{ A}$ است.

$$\left[\begin{array}{c} V_1 \\ V_2 \end{array} \right] = j\omega \left[\begin{array}{cc} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} I_1 \\ I_2 \end{array} \right] = j120\pi \left[\begin{array}{cc} 1.9 & 0.9 \\ 0.9 & 0.5 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} I_1 \\ I_2 \end{array} \right]$$

$$= j10^2 \left[\begin{array}{cc} 7.163 & 3.393 \\ 3.393 & 1.885 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} I_1 \\ I_2 \end{array} \right]$$

$$\left\{ \begin{aligned} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} &= -j10^{-2} \begin{bmatrix} 7.163 & 3.393 \\ 3.393 & 1.885 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \\ &= -j10^{-2} \begin{bmatrix} 0.947 & -1.705 \\ -1.705 & 3.600 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \begin{bmatrix} V_1 \\ 100 \angle 0^\circ \end{bmatrix} &= 100 \angle 90^\circ \begin{bmatrix} 7.163 \\ 3.393 \end{bmatrix} I_1 \\ \text{hence } I_1 &= 0.295 \angle -90^\circ \text{ A} \\ V_1 &= 211.11 \angle 0^\circ \text{ V} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \begin{bmatrix} I_1 \\ 2 \angle 90^\circ \end{bmatrix} &= 10^{-2} \times 1 \angle -90^\circ \begin{bmatrix} 0.947 \\ -1.705 \end{bmatrix} V_1 \\ \text{hence } V_1 &= 117.30 \angle 0^\circ \text{ V} \\ I_1 &= 1.11 \angle -90^\circ \text{ A} \end{aligned} \right.$$